

시스템 다이내믹스와 이산 사건 시뮬레이션을 이용한 란체스터 법칙 모델링에 관한 연구 Modeling the Lanchester Laws with System Dynamics and Discrete Event Simulation

서경민, 홍정희, 김탁곤
 Kyung Min Seo, Jeong Hee Hong, Tag Gon Kim
 한국과학기술원 전기 및 전자공학과
 042-350-5454,
 kmseo@smslab.kaist.ac.kr

Abstract

System Dynamics (SD) and Discrete Event Simulation (DES) are two established simulation techniques for modeling and simulating the dynamics of a system. Both have been widely used in modeling military decisions. This paper presents an empirical study on the modeling and simulating the dynamics of a system in DES and SD. We compare the two major simulation methods and we use Lanchester laws, which are mathematical formulas for calculating the relative strengths of a predator/prey pair. Results from the DES and the SD models are analyzed and contrasted.

Keyword : System Dynamics; Discrete Event Simulation; Lanchester Laws

1. 서론

전투란 그 결과를 즉각적으로 측정하거나 실험적으로 증명할 수 없는 과정이다. 이러한 복잡한 전투상황을 정확히 모형화하기는 어렵지만 1914년 영국의 Frederick William Lanchester에 의해 피아 교전과정에서 시간이 지남에 따른 전투력 손실을 수학적으로 모형화한 전투 모델이 발표된 이래 좀 더 현실에 가까운 전투 모델을 개발하려는 많은 연구가 진행되어 왔다[1]. 이러한 전투 모델 중 란체스터 모델은 피아간의 교전상황을 미분 방정식으로 나타내어 전투를 묘사하는 방식으로 단위 시간당 전투력의 감소, 즉 전투 중 쌍방간의 교전 과정을 통해 전투력이 감소되는 현상을 미분 방정식으로 나타낸다. 따라서 란체스터 모델의 결과는 미분 방정식의 해로 나타날 수가 있는데, 이러한 미분 방정식의 해를 구하기는 사실상 어려운 경우가 대부분이다. 특히 기존의 미분 방정식이 초기 조건의 변화로 인해 수정되는 경우 새로운 해를 구하기가 어렵고 또한 미분 방정식에 새로운 조건을 추가해야 하는 경우 조건을 적용한 미분 방정식을 세우는 것 자체가 어려울 수 있다.

본 논문은 이러한 란체스터 모델과 같은 분석적 모델 (Analytical Model)의 해를 구하기 위해 시뮬레이션 모델 (Simulation Model)을 이용하는 방법을 제안한다. 본 논문에서 활용하는 시뮬레이션 모델은 시스템 다이내믹스와 이산 사건 시스템 모델이다. 본 논문은 란체스터

법칙을 시스템 다이내믹스와 이산 사건 시스템 모델에 적용하고 시뮬레이션 결과를 통해 두 가지 시뮬레이션 모델 기법에 대한 비교 분석을 하도록 한다. 이러한 시뮬레이션 모델을 이용하면 분석적 모델의 해를 쉽게 구할 수 있고, 좀 더 다양한 형태로 확장된 분석적 모델에 대해서도 시뮬레이션 모델로 쉽게 적용할 수 있는 장점이 있다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 본 논문에서 대상으로 하는 시스템 다이내믹스와 이산 사건 시스템 모델에 대해서 간략히 살펴보고 3장에서는 분석적 모델의 대표적인 예인 란체스터 모델을 설명한다. 4장에서는 란체스터 모델을 시뮬레이션 모델에 적용한 결과를 살펴보고 5장에서 결론을 맺기로 한다.

2. 시뮬레이션 모델링

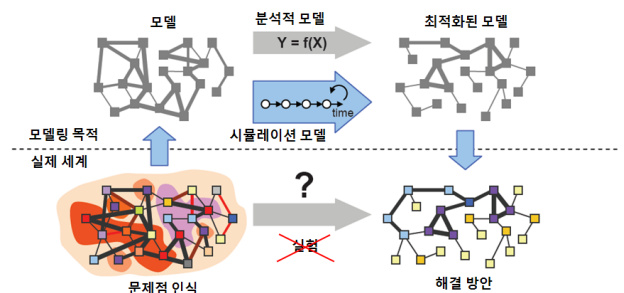


그림 1. 모델링 및 시뮬레이션

모델링은 실제 세계에서 일어나는 여러 가지 문제들을 풀기 위한 하나의 방법이다. 특히 실제 세계에서 일어나는 일을 실험하기가 불가능한 경우 모델링 및 시물레이션을 통해 이를 해결한다[2]. 이러한 모델링 방법에는 크게 두 가지가 존재한다. 첫 번째는 분석적 모델링으로써 일종의 방정식으로 표현이 가능한 모델을 말한다. 이러한 해석적 모델의 해를 구하기는 사실상 어려운 경우가 대부분이다. 두 번째는 시물레이션 모델인데 시물레이션 모델은 셀룰러 오토마타(Cellular Automata) DEVS(Discrete Event Systems Specification) 형식론 등과 같은 일종의 규칙(rule)의 집합으로 표현이 가능하다. 시물레이션(Simulation)은 이러한 모델이 시간에 따라 상태(State)가 천이되는 프로세스를 의미하고 시물레이션을 통해 실제 세계에서 일어나는 여러 가지 문제들에 대한 해결 방안을 찾을 수가 있다. 그림 1은 이러한 모델링 및 시물레이션에 대한 간략화된 프로세스를 나타낸다.

동적인 특성을 가지는 시스템을 모델링하고 시물레이션을 수행하기 위해 여러 가지 시물레이션 모델 기법들이 제안되어 왔다. 그 중 군사 응용 분야에서는 시스템 다이내믹스와 이산 사건 시스템 모델이 널리 사용되어 왔고 본 논문에서는 시물레이션 모델로써 시스템 다이내믹스와 이산 사건 시스템 모델을 활용한다.

표 1. 시스템 다이내믹스와 이산 사건 시스템 모델

시물레이션 모델	모델링 방법	
	시스템 다이내믹스	이산 사건 시스템 모델
모델 구성요소	stock and flow causal loop	entity resource flow chart
적용 가능한 모델	분석적 모델	분석적 모델 시물레이션 모델
모델링 표현법	미분 방정식	DEVS 형식론
시물레이션 도구	VenSim PowerSim	Arena DEVSIM++
응용 분야	사회, 경제 시스템 위게임	제조 시스템 위게임

시스템 다이내믹스는 주로 미분 방정식으로 표현되는 데, 복잡한 시스템의 동태적 특성, 의사결정, 시간지연 등이 상호 연결 및 피드백 구조를 가지고 시나리오별로 결과를 신속히 예측하여 효율적인 전략수립 및 수행이 가능하고 결과에 대한 원인을 추적하여 최적의 의사결정을 지원하는 방법론이다. 이산 사건 시스템은 상태공간(State Space)은 유한개의 이산적인 값으로 구성되며, 임의의 시간에 순간적으로 상태변이를 일으키며 한 상태에서 머무는 시간이 불규칙적인 시스템으로 특징지

을 수 있다. 특히, 이러한 이산 사건 시스템을 모델링하는 수학적 형식론(Mathematical Formalism)인 DEVS 형식론은 대상 시스템의 행위를 표현할 수 있는 수학적 의미론(Semantics)에 기반을 둔 모델링 틀(Framework)을 제공한다[3]. 표 2는 시스템 다이내믹스와 이산 사건 시스템 모델을 비교한 것이다[4]. 시스템 다이내믹스와 이산 사건 시스템 모델의 가장 큰 차이점은 시스템 다이내믹스는 높은 추상화 과정을 거쳐 하나의 미분 방정식으로 표현된 시스템을 모델링하는데 쓰이기 때문에 분석적 모델에 주로 활용되고 이산 사건 시스템 모델은 계층적 시스템 구조를 통해 추상화 과정에 관계없이 다양한 시스템에 적용이 가능하지만 주로 시물레이션 모델에 적용이 된다.

3. 대상 시스템 : 란체스터 제공형 모델

란체스터 방정식은 피아간의 교전상황을 묘사하는 수학적 모델로 피아간의 전투손실률을 양적으로 표시할 수 있다[1]. 본 논문에서는 란체스터 모델 중 제공형 모델을 사용한다. 란체스터 제공형 모델은 직접(직사)화기의 교전 상황을 묘사한 것으로 피아 전투부대가 화기의 사정거리 내에 위치하고 상대방의 위치와 사격 후 표적의 생존 여부를 정확히 관측할 수 있는 경우로써, 표적이 무력화된 것이 확인되면 곧 또 다른 생존 표적으로 즉시 화력을 전환하여 집중 시킬 수 있을 때 적용된다.

이 모델의 수학적 의미는 만일 아군의 수를 B(Blue), 적군의 수를 R(Red)라 할 때 아군의 전투 시간에 따른 손실률 (dB/dt)은 적군의 수(R)에 비례하고, 적군의 전투 시간에 따른 손실률 (dR/dt)은 아군의 수(B)에 비례하는 것으로 다음과 같은 수식으로 표현된다.

$$-(dB/dt) = \alpha R(t)$$

$$-(dR/dt) = \beta B(t)$$

여기서 α 는 피격률이라고 볼 수 있으며, α 는 단위시간당 적군의 단위전투력에 대한 아군의 전투력 손실률 (attrition rate)을 β 는 단위시간당 아군의 단위전투력에 대한 적군의 전투력 손실률을 의미한다. 따라서 α 는 적군의 아군에 대한, β 는 아군의 적군에 대한 상대적인 전투효율로써 교육훈련 정도, 무기체계의 질적 수준, 지휘관의 지휘 통솔력 등에 의하여 결정된다. 만일 교육훈련 정도와 지휘관의 통솔력이 동일하다면 α , β 는 무기체계의 상대적 효율만을 의미하게 된다.

란체스터 방정식에서 보여주는 것처럼, 전투력 손실률은 교전 간 무기효과로 표현되는 중요한 기여도에 의해서 구해지며, 의사 결정자의 연구에서 정확하고 실질적으로 평가된 양으로 표현된다. 그러나 실제 전투에서 전투력 손실률은 고정되어 나타나지 않고 교전 도중에 충분히 달라질 수 있다. 또한 단위시간당 발생하는 전

투력 손실이라고 할 때 단위시간이 무기체계에 따라 달라질 수 있지만 기존의 란체스터 방정식은 이를 반영하지 못한다. 예를 들어 전차의 경우 단위시간에 포함될 수 있는 목표전환시간은 포탑이 한 표적에서 다른 표적으로 선회하는 각, 선회속도 그리고 새로운 표적에 정확히 조준하는 시간 등에 의해 좌우된다. 마지막으로 란체스터 모델은 적군과 아군이 동시 교전을 전제하고 있다. 그러나 실제 전투에서 적군과 아군이 동시에 교전을 벌이는 경우는 불가능하다. 이와 같이 교전 중 살상률과 단위시간이 변화하는 경우나 아군의 선제공격 등과 같이 해석적 모델을 통해서 쉽게 적용할 수 없는 문제들에 대해 시뮬레이션 모델을 적용하여 해결 방안을 마련하고자 한다.

4. 시뮬레이션 모델 적용 : 란체스터 제곱형 모델

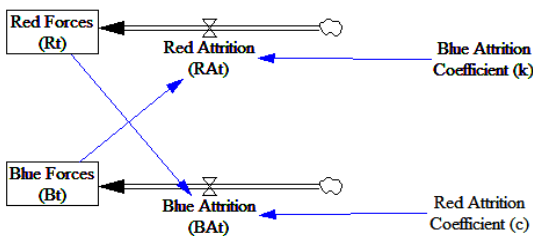


그림 2. 시스템 다이내믹스를 이용한 란체스터 모형 모델

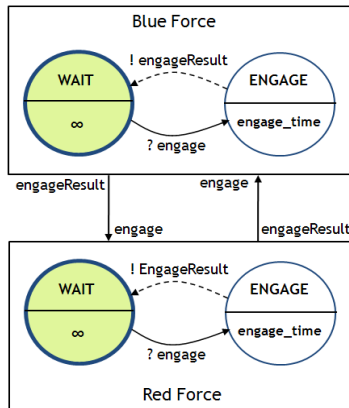


그림 3 이산 사건 시스템 모델을 이용한 란체스터 모형 모델

그림 2와 그림 3은 란체스터 제곱 모델을 시스템 다이내믹스와 이산 사건 시스템 모델을 이용하여 나타낸다. 특히, 이산 사건 시스템 모델은 DEVS 형식론으로 모델링하였고 이후 이산 사건 시스템 모델은 DEVS 모델이라고 지칭하도록 한다. 그림 3의 적군(Blue Force)과 아군(Blue Force)은 원자 모델로 모델링하고 원자 모델 내부는 원자 모델에서 일어나는 상태 천이를 나타내었다. 적군과 아군 사이에 벌어지는 교전은 원자 모델 간 주고 받는 메시지로 모델링된다. 각 원자 모델의

ENGAGE 상태의 시간 진행 값(Time Advance)은 란체스터 모델에서 전투력 손실을 유발하는 단위시간을 의미한다. 적군과 아군 원자 모델의 시간 진행 값을 동일하게 적용할 경우 DEVS 형식론으로 모델링한 란체스터 모델은 이산 시간 시스템과 같이 동작하게 되고 시간 진행 값이 0에 가까울수록 연속 시스템과 유사한 결과를 얻을 수 있다. 이러한 이산 사건 시스템의 큰 장점은 시간 진행 값을 유연하게 적용할 수 있다는 데 있다. 따라서 원자 모델의 시간 진행 값에 확률 변수를 적용함으로써 3장에서 설명한 확장된 란체스터 모델에 대해 시뮬레이션을 수행할 수 있다.

표 2. 시뮬레이션 실험 계획

CASE	시뮬레이션 모델	설명
CASE1	시스템 다이내믹스로 모델링	분석적 모델의 경우와 동일
CASE2	확장된 란체스터 모델을 DEVS 형식론으로 모델링	아군이 선제공격한다고 가정
CASE3	확장된 란체스터 모델을 DEVS 형식론으로 모델링	CASE2 + 단위시간에 정규분포 확률변수 적용
CASE4	확장된 란체스터 모델을 DEVS 형식론으로 모델링	CASE3 + 전투력 손실률에 정규분포 확률변수 적용

표 2는 시뮬레이션 실험 계획을 나타낸다. 분석적 모델을 직접 해를 구하지 않고 시스템 다이내믹스로 모델링하여 결과를 확인하고(CASE1), 확장된 란체스터 모델을 적용하여 위해 DEVS 형식론으로 모델링하였다. 확장된 란체스터 모델은 아래의 세 가지 경우로 제한한다.

- 가. 아군이 선제공격을 한다.
- 나. 아군과 적군의 교전 시간은 일정하지 않다.
- 다. 아군과 적군의 전투력 손실률은 일정하지 않다.

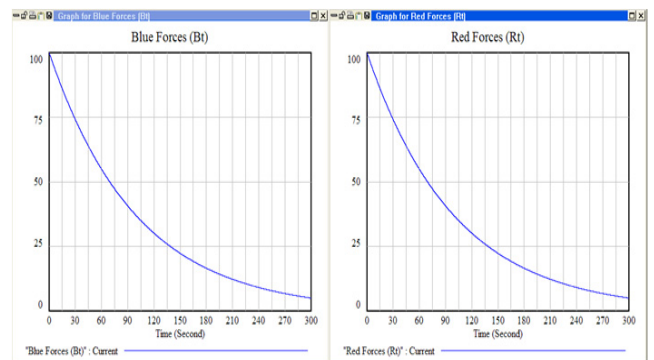


그림 4 시스템 다이내믹스를 이용한 란체스터 제곱 모델 (CASE1)

본 논문에서는 란체스터 제공형 모델을 시스템 다이 나믹스로 모델링 및 시뮬레이션을 수행하기 위해 VenSim을 이용하였고, DEVS 형식론으로 모델 및 시뮬레이션 수행하기 위해 DEVSim++를 이용하였다[5].

그림 4에서 6은 란체스터 제공 모델에 대한 시뮬레이션 결과를 나타낸다. 여기서 α 와 β 는 0.1, 아군과 적군의 초기 전투력은 100으로 설정하였다. 그림 4를 통해 모든 초기 조건이 동일한 상황에서는 시간에 따른 전투력 손실이 아군과 적군이 동일하게 나오는 것을 알 수 있다. 그림 5와 6은 확장된 란체스터 모델에 대해 DEVS 형식론을 이용한 시뮬레이션 결과를 나타낸다. 그림 5는 아군이 선제공격을 한 경우에 대한 시뮬레이션 결과이다. 아군과 적군의 전투력 손실률이 같다고 하더라도 아군이 선제공격을 감행할 경우 최종적으로 30%의 전투력이 남아 있게 된다.

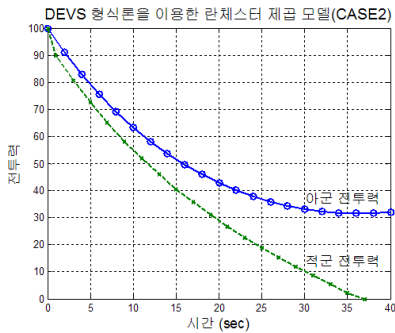


그림 5 DEVS 형식론을 이용한 란체스터 제공 모델 (CASE2)

그림 6은 확률변수를 적용한 대한 시뮬레이션 결과이다. 여기서 전투력 손실률은 평균이 0이고 표준편차가 0.05인 정규분포함수를 이용하였고 단위시간은 평균이 0이고 표준편차가 0.5인 정규분포함수를 이용하였다. 전투력 손실률과 단위시간이 변화함에 따라 전투력은 CASE2의 경우와 다른 시뮬레이션 결과를 나타내는 것을 알 수 있다. 이는 이러한 손실률과 단위시간에 대해 실제 교전에 사용되는 의미 있는 값을 이용하여 시뮬레이션을 수행함으로써 정량적인 전투력 손실 추정값을 도출할 수 있는 근거 제시가 가능하다.

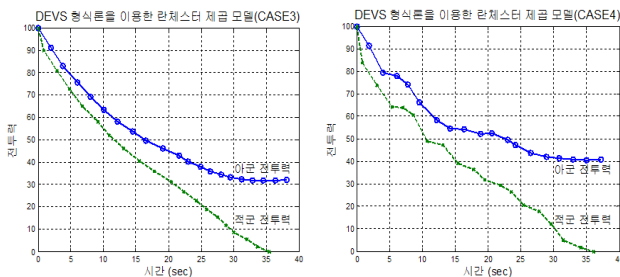


그림 6 DEVS 형식론을 이용한 란체스터 제공 모델 (CASE3, CASE4)

5. 결론

본 논문은 분석적 모델의 해를 구하기 위해 시뮬레이션 모델을 이용하는 방법을 제안하였다. 분석적 모델의 경우로 란체스터 모형을 이용하였으며, 시뮬레이션 모델을 이용하면 분석적 모델의 해를 직접 구할 필요 없이 시뮬레이션을 통해 좀 더 쉽게 분석적 모델의 해를 구할 수 있다. 특히 란체스터 모형에서 분석적 모델에 적용하기 어려운 전투력 손실률이나 단위 시간이 변하는 경우와 아군이 선제공격을 하는 경우는 이산 사건 시스템 모델을 이용하면 분석적 모델을 재구성할 필요 없이 쉽게 적용이 가능하다. 이러한 시뮬레이션 모델을 이용하면 분석적 모델의 해를 쉽게 구할 수 있고, 좀 더 다양한 형태로 확장된 분석적 모델에 대해서도 시뮬레이션 모델에 쉽게 적용할 수 있는 장점이 있다. 추후 과제로 란체스터 모델을 에이전트 기반 시스템에 적용하는 방안을 연구할 예정이다.

6. Acknowledgement

본 연구는 방위사업청과 국방과학연구소의 지원으로 수행되었습니다.(UD080042AD)

참고문헌

[1] 육군사관학교, 무기체계공학, 북스힐, 2007년.
 [2] 김탁곤, “모델링 시뮬레이션 공학,” 정보과학회지 vol.25m no.11, pp.5-15, 2007년.
 [3] Michael J. Artelli and Richard F. Deckro, “Modeling the Lanchester Laws with System Dynamics,” The Journal of Defense Modeling and Simulation, vol.5, no.1, pp1-20, 2008.
 [3] Bernard P. Zeigler, Herbert Praehofer and Tag Gon Kim, *Theory of Modeling and Simulation*. ACADEMIC PRESS, 2001.
 [4] Andrei Borshchev and Alexei Filippov, “From System Dynamics and Discrete Event to Practical Agent Based Modeling: Reasons, Techniques, Tools,” In Proceedings of the 22nd International Conference of the System Dynamics Society, pp381-403, 2004.
 [5] Tag Gon Kim, *DEVSim++ v3.0 Developer’s Manual*, 2006, <http://smlab.kaist.ac.kr/>.